



العام الدراسي  
٢٠١٥-٢٠١٦

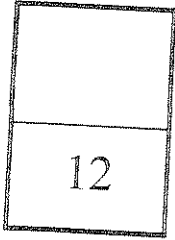
أولاً : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية مع توضيح خطوات الحل

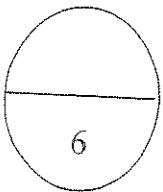
السؤال الأول :

أوجد: ( 1 )

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt[3]{x} - 1}$$



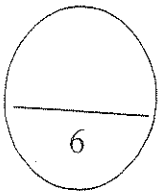
12



السؤال الأول :

(ب) أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2}{\sqrt{x^2 + 2x - 4}}$$



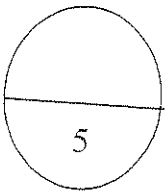
السؤال الثاني :

(١)

أوجد:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x \tan x - 2x \cos x}{3x}$$

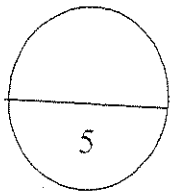
10



السؤال الثاني :

(ب) أبحث اتصال الدالة  $f$  عند  $x = -1$  حيث

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x+1|}{x+1} - 2x & : x \neq -1 \\ \frac{2}{2} & : x = -1 \end{cases}$$



السؤال الثالث

$$f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$$

لتكن  $f$  :

(أ)

أدرس اتصال الدالة  $f$  على  $[1, 3]$

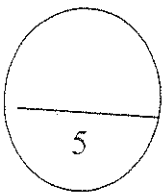
10

5

السؤال الثالث

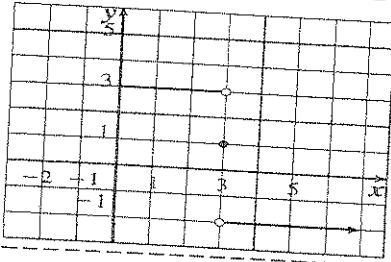
(ب) اوجد

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 7} - 4}{x - 3}$$



ثانياً : أسئلة الموضوعي

أولاً : في البنود من ( 3-1 ) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، (b) إذا كانت العبارة خاطئة



(1) في الرسم البياني المقابل فإن  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 1$

(2)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 - 2x + 1) = \infty$

(3) الدالة  $f$  :  $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$  متصلة على  $(-\infty, 2)$  فقط.

في البنود ( 8-4 ) لكل بند أربعة اختيارات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة

(4) إذا كان :  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{mx^3 + nx^2 + 4}{3x^2 - 2x + 1} = -1$

(a)  $m = 0, n = 3$

(b)  $m = 1, n = 3$  فإن قيم  $m, n$  هي :

(c)  $m = n = -3$

(d)  $m = 0, n = -3$

(5) إذا كانت  $g$  متصلة عند  $x = 1$  وكانت النقطة  $(1, -3)$  تقع على منحنى الدالة  $g$

فإن  $\lim_{x \rightarrow 1} (g(x))^2$  تساوي

(a) -6

(b) -3

(c) 9

(d) 1

(6)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{2x} =$

(a) 0

(b) 1

(c) -1

(d)  $\frac{1}{2}$



إذا كانت  $f$  دالة متصلة على  $[-5, 3]$  فإن

(7)

(a)  $\lim_{x \rightarrow -5^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$

(b)  $\lim_{x \rightarrow -5^+} f(x) = f(-5)$

(c)  $\lim_{x \rightarrow -5^+} f(x) = f(3)$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = f(-5)$

إذا كانت  $g$  دالة متصلة عند  $x = 4$  فإن الدالة المتصلة عند  $x = 4$  فيما يلي هي

(8)

$f(x)$  تساوي

(a)  $\sqrt{g(x)}$

(b)  $\frac{1}{g(x)}$

(c)  $\frac{g(x)}{x-4}$

(d)  $|g(x)|$

المادة : الرياضيات

الزمن : ساعة ونصف

اختبار الفترة الدراسية الأولى

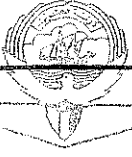
العام الدراسي : ٢٠١٤ - ٢٠١٥ م

الصف : [ الثاني عشر علمي ]

وزارة التربية

منطقة مبارك الكبير التعليمية

التوجيه الفني للرياضيات



وزارة التربية

منطقة مبارك الكبير التعليمية  
التوجيه الفني للرياضيات

أولا : أسئلة المقال

السؤال الأول:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{\sqrt{3x^2 - 2}}{x - 2} \right)$$

(أ) أوجد

الإجابة :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{5x + \sin 3x}{2x} \right)$$

(ب) أوجد

الإجابة :

السؤال الثاني:

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & : x \leq -1 \\ \frac{4}{x+3} & : x > -1 \end{cases}$$

(أ) أدرس اتصال الدالة  $f$  على مجالها حيث

الإجابة





تابع السؤال الثاني:

(ب) لتكن الدالة  $f : f(x) = \sqrt{9 - x^2}$

أدرس اتصال الدالة  $f$  على  $[-3, 3]$

الإجابة

السؤال الثالث:

$$f(x) = \begin{cases} 2x & : x \leq 3 \\ \frac{x^2 - 9}{x - 3} & : x > 3 \end{cases}$$

(أ) إذا كانت الدالة  $f$  حيث

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) \text{ أوجد إن أمكن}$$

الإجابة

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{\sqrt{4x^2 - x}}{x+1} \right)$$

(ب) أوجد

الإجابة



تابع اختبار الفترة الدراسية الأولى للصف (الثاني عشر علمي) العام الدراسي (٢٠١٤-٢٠١٥ م)

ثانياً: الموضوعي

- أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) إذا كان  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$  فإن  $f(2) = 3$

(2) إذا كان  $f(x) = ax^2 + b$  متصلة عند  $x = 0$  وكان  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 4$  فإن  $b = 4$

(3)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{\tan(3x) - x}{5x} = \frac{-2}{5}$

ثانياً: في البنود من (4) إلى (8) لكل بند أربعة إجابات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة  
الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{|x-1|} =$

- (a) 1      (b) -1      (c)  $\infty$       (d)  $-\infty$

(5) بفرض أن  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 0$  ،  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -3$  فإن  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{8g(x) + f(x)}{|f(x)|} \right) =$

- (a) 1      (b) -1      (c) 8      (d) -8

(6)  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^3 - 8}{x - 2} \right) =$

- (a) 0      (b) 4      (c) 12      (d) غير معينة



(7) إذا كانت الدالة  $f$  متصلة عند  $x = 2$  فإن  $f(x)$  يمكن أن تكون :

(a)  $\frac{1}{|x-2|}$

(b)  $\sqrt{x-2}$

(c)  $\frac{x-2}{|x-2|}$

(d)  $\begin{cases} \sqrt{x^2-3} & : x > 2 \\ 3x-5 & : x \leq 2 \end{cases}$

(8) الدالة  $g$  :  
 $g(x) = \begin{cases} 3x & : x \leq 1 \\ \frac{x^2-1}{x-1} & : x > 1 \end{cases}$  متصلة على

(a)  $(-\infty, 1], (1, \infty)$

(b)  $(-\infty, 1), [1, \infty)$

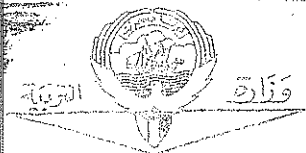
(c)  $(-\infty, \infty)$

(d)  $(-\infty, 3)$

انتهت الأسئلة مع التمنيات بالنجاح و التوفيق

ورقة إجابة الموضوعي

السؤال	الاختيارات			
(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)



القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحًا خطوات الحل في كل منها .

السؤال الأول : أوجد نهاية ما يلي :

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x^3 - 4x + 5}}{x - 2}$$

(a)

5

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$$

(b)

5



السؤال الثاني

10

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2}{\sqrt{x^2 + 2x} - 4}$$

أوجد نهاية ما يلي :

(a)

6

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos 2x}$$

(b)

4

(2)

السؤال الثالث :

12

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-3}{|x-3|} & : x \neq 3 \\ 1 & : x = 3 \end{cases}$$

(a) إبحث إتصال الدالة f عند  $x = 3$  حيث

6

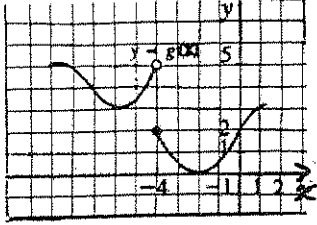
(b) لتكن f :  $f(x) = \sqrt{4-x^2}$  إدرس إتصال الدالة f على  $[-2, 2]$

6

(3)

القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولاً : في البنود من ( 1-3 ) عبارات ظلل في جدول الإجابة ( a ) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل ( b ) إذا كانت العبارة خطأ.



1 في الشكل المقابل :  $\lim_{x \rightarrow -4} g(x) = 2$

2  $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{1}{(x-5)^7} = -\infty$

3 إذا كانت الدالة f متصلة عند  $x = -1$  وكان  $\lim_{x \rightarrow -1} (f(x) - 2) = -1$  فإن  $f(-1) = 1$

ثانياً : في البنود من ( 4 - 8 ) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلل في جدول الإجابة دائرة الرمز الذي يمثل الإجابة الصحيحة .

4  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^3 + 9x^2 + 9x}{x+3}$  يساوي :

- (a) -9      (b) 9      (c) 0      (d) -3

5 إذا كان :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 2x - 5}{ax^3 + bx^2 + 3} = -1$  فإن قيم a , b هي :

- (a)  $a = -2$  ,  $b = 0$       (b)  $a = 2$  ,  $b = 0$   
 (c)  $a = 0$  ,  $b = 2$       (d)  $a = 0$  ,  $b = -2$

6  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin x}$  تساوي :

- (a) 0      (b) -2      (c) 2      (d)  $\infty$

7 لتكن الدالة  $f : x \neq 0, f(x) = x^2 + 3$  ، والدالة  $g : g(x) = \frac{x}{x-3}$

فإن  $(g \circ f)(x)$  يساوي :

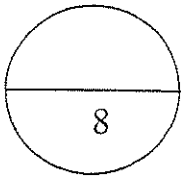
(a)  $\frac{x^2+3}{x^2}$  (b)  $\frac{x^2}{x^2-3}$  (c)  $\frac{x^2}{x^2+3}$  (d)  $\frac{4x^2-18x+27}{x^2-3}$

8 الدالة  $f : f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$  متصلة على :

(a)  $(-\infty, \frac{1}{2})$  (b)  $(-5, 5)$  (c)  $\mathbb{R}$  (d)  $(5, \infty)$

ظلل الحرف الدال على الإجابة الصحيحة لكل سؤال

الرقم	الجواب			
1	(a)	(b)	(c)	(d)
2	(a)	(b)	(c)	(d)
3	(a)	(b)	(c)	(d)
4	(a)	(b)	(c)	(d)
5	(a)	(b)	(c)	(d)
6	(a)	(b)	(c)	(d)
7	(a)	(b)	(c)	(d)
8	(a)	(b)	(c)	(d)



أجب عن الأسئلة التالية :

10

السؤال الأول :

( a ) أوجد إن أمكن

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 7} - 4}{x^2 - 4x + 3}$$

(b) أوجد

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x + 1}$$

10

السؤال الثاني :

( a ) أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x}$$

5

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{1-x^2} & : x > -2 \\ 5 & : x \leq -2 \end{cases}$$

( b ) إذا كانت الدالة  $f$  حيث

أوجد إن أمكن :

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$$

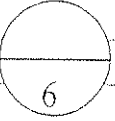
5

12

السؤال الثالث :

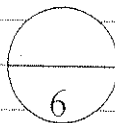
( أ ) إبحث إتصال الداله  $f$  عند  $x = 0$  حيث :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & : x \leq 0 \\ \frac{x^2}{x+1} & : x > 0 \end{cases}$$



( ب ) إذا كانت الداله  $f : f(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 15}$

إبحث إتصال الداله على الفترة  $[-2, 3]$





ثانيا الأسئلة الموضوعية

أولا : في البنود (1-3) ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) الدالة  $f : f(x) = x^2 - \sqrt{x}$  متصلة لكل قيم  $x \in \mathbb{R}$

(2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (-x^2 + 2x^4) = -\infty$

(3) إذا كان  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{ax^2 + 3x}{\frac{1}{2}x^2 - 5} \right) = -2$  فإن  $a = -1$

ثانيا : في البنود (4-8) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4) الدالة  $f : f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{16-x^2}}$  متصلة على

- (a)  $[-4,4]$  (b)  $(4, \infty)$  (c)  $\mathbb{R}$  (d)  $(-3, 4)$

(5)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} =$

- (a)  $-1$  (b)  $0$  (c)  $\frac{1}{2}$  (d)  $1$

(6)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2+x} - \frac{1}{2}}{x} =$

- (a)  $-\frac{1}{2}$  (b)  $\frac{1}{2}$  (c)  $\frac{1}{4}$  (d)  $-\frac{1}{4}$

(7) إذا كانت الدالة  $f$  دالة متصلة عند  $x = -1$  فإن  $f(x)$  يمكن أن تساوي

- (a)  $\sqrt{x-1}$  (b)  $\frac{1}{1+x}$  (c)  $\sqrt[3]{x-5}$  (d)  $\sqrt{x^3}$

(8) لتكن  $f(x) = \sqrt{x^2+7}$  ،  $g(x) = x^2 - 3$  فإن  $(f \circ g)(0) =$

- (a)  $4$  (b)  $-4$  (c)  $1$  (d)  $-1$

القسم الأول ( أسئلة المقال )أجب عن الأسئلة التالية :السؤال الأول :

(a) أوجد

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{|x+2| - 7}{x^2 - 25}$$

12 درجة

6

درجات

6  
درجات

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & : x < 1 \\ -x + 2 & : x \geq 1 \end{cases} \quad \text{لتكن } f \quad (b)$$

إدرس اتصال الدالة  $f$  على مجالها

المسألة الثانية:

10 درجات

(a) أوجد

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$$

5

درجات

5

درجات

(b) لتكن  $f(x) = 2x^2 - 3$  ،  $g(x) = \sqrt{x + 4}$

ابحث اتصال الدالة  $g \circ f$  عند  $x = -2$

10 درجات

5

درجات

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3}{\sqrt{4x^2 - x}}$$

السؤال الثالث :

(a) أوجد

5  
درجات

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-3}{|x-3|} & : x \neq 3 \\ 1 & : x = 3 \end{cases} \quad f \text{ تكون } (b)$$

ابحث اتصال  $f$  عند  $x = 3$

القسم الثاني : البنود الموضوعية :

أولاً : في البنود من [1-3] ظل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة غير صحيحة

(1) الدالة  $f$  :  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$  ليست متصلة عند  $x = 2$

(2)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 3x^3) = -\infty$

(3) إذا كانت  $f(x) = 4 - \sqrt{x}$  ،  $g(x) = \sqrt{x}$  فإن  $\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) + g(x)) = 4$

ثانياً : في البنود [4-8] لكل بند أربع اختيارات واحدة منها فقط صحيحة ظل في ورقة الإجابة دائرة الحرف الدال على الإجابة الصحيحة لكل منها .

(4)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \left( \frac{3}{x-2} \right)^5$

- (a) 0      (b) 2      (c)  $\infty$       (d)  $-\infty$

(5) لتكن الدالة  $f$  :  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-3}}$  ، الدالة  $g$  :  $g(x) = x^2 + 3$  فإن الدالة

$(f \circ g)(x)$  تساوي

- (a)  $\frac{x^2}{x-3} + 3$       (b)  $\frac{x}{\sqrt{x-3}} + 3$       (c)  $\frac{-(x^2+3)}{x}$       (d)  $\frac{x^2+3}{|x|}$

(6) إذا كانت الدالة  $f$  متصلة عند  $x = 1$  فإن  $f(x)$  يمكن ان تكون

(a)  $\frac{x}{x-1}$

(b)  $\sqrt{x^2 - 1}$

(c)  $|x^2 - 1|$

(d)  $\begin{cases} |x^2 - 1| & : x \geq 1 \\ 2x - 1 & : x < 1 \end{cases}$



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - x^2}{x^3 - 2x} = \quad (7)$$

(a) 0

(b)  $-\frac{3}{2}$

(d) 3

(c) -1

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & : x > 1 \\ 3x & : x \leq 1 \end{cases} \quad (8) \text{ الدالة } g$$

متصلة على

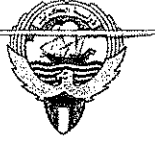
(a)  $(-\infty, 1]$

(b)  $[1, \infty)$

(c)  $(-\infty, \infty)$

(d)  $(-\infty, 3]$

انتهت الأسئلة مع أطيب التمنيات



اختبار الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي ٢٠١٤/٢٠١٥م

السؤال الأول:

(a) أوجد إن أمكن:  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x^2 + 11} - 6}{x - 5}$

تابع السؤال الأول:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$$

(b) أوجد إن أمكن:

السؤال الثاني:

(a) أوجد إن أمكن:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2-2x+4}}$

تابع السؤال الثاني:

(b) لتكن  $f$  دالة:  $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$  ، أوجد  $D_f$  ( مجال الدالة  $f$  )

ثم أدرس اتصال  $f$  على الفترة  $[6, 10]$

(a) ابحث في اتصال الدالة  $f$  عند  $x = 1$ :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} & : x > 1 \\ 2(3x-2)^5 & : x \leq 1 \end{cases}$$

تابع السؤال الثالث:

(b) لتكن  $g$  دالة:  $g(x) = |x| + x^2 + 9$  ، ولتكن  $f$  دالة حيث:  $f(x) = \sqrt{x}$

ابحث اتصال الدالة  $(f \circ g)$  عند  $x = -1$

الأسئلة الموضوعية:

أولاً: في البنود (3 - 1) ظلل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (2x + |x| + 3) = 4 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{-3}{x-2} \right)^5 = -\infty \quad (2)$$

(3) إذا كانت  $f$  ليست معرفة عند  $x = c$  فإن  $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$  غير موجودة

ثانياً: في البنود (4 - 8) لكل بند أربعة اختيارات واحدة فقط صحيحة ، ظلل الرمز الدال على الاختيار الصحيح:

$$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x+8}{\sqrt[3]{x}+2} = \quad (4)$$

- (a) 0                      (b) 4                      (c) -12                      (d) 12

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5-6x}{3x^2+2x+4} = \quad (5)$$

- (a) 0                      (b) 3                      (c) -2                      (d) 2

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3}{|x+1|} = \quad (6)$$

- (a)  $\frac{3}{2}$                       (b) 3                      (c)  $\infty$                       (d)  $-\infty$

(7) إذا كانت  $f$  دالة متصلة عند  $x = 2$  فإن الدالة المتصلة عند  $x = 2$  يمكن أن تساوي:

- (a)  $\frac{x+2}{f(x)}$                       (b)  $\sqrt{f(x)}$                       (c)  $\frac{f(x)}{x-2}$                       (d)  $\sqrt[3]{f(x)}$

(8) إذا كانت  $f$  دالة متصلة على الفترة  $[-3, 5]$  فإن:

- (a)  $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^-} f(x)$                       (b)  $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = f(-3)$   
(c)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$                       (d)  $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = f(5)$



زمن الاختبار: 90 دقيقة

( الأسئلة في 9 صفحات )

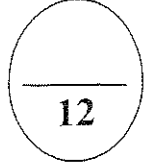
الدرجة الكلية: 40

امتحان الرياضيات للصف الثاني عشر العلمي  
للفترة الدراسية الأولى للعام الدراسي 2014 / 2015 م

القسم الأول: أسئلة المقال أجب عن الأسئلة التالية ( موضحاً خطوات الحل في كل منها )

( المقام أينما وجد لا يساوي الصفر )

السؤال الأول :



1

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{|x + 2|}{x^2 + 3x + 2}$$

a] أوجد إن أمكن:

الحل:

تابع السؤال الأول :

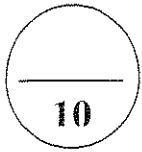
$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x^2 - x}$$

الحل:

تابع السؤال الأول :

[b] لتكن الدالة  $f: f(x) = \sqrt{x+3}$  أوجد  $D_f$  (مجال الدالة  $f$ )  
ثم ادرس اتصال الدالة  $f$  على  $[0, 5]$

الحل:



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 3}{\sqrt{4x^2 + 5x + 6}}$$

السؤال الثاني :

a) أوجد إن أمكن:

الحل:

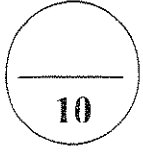
تابع السؤال الثاني :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{3x}$$

أوجد:

الحل:

السؤال الثالث :



$$f(x) = \begin{cases} 5 & : x = 1 \\ ax + b & : 1 < x < 4 \\ b + 8 & : x = 4 \end{cases} \quad \text{[a] لتكن الدالة } f$$

متصلة على  $[1, 4]$  أوجد قيم الثابتين  $a, b$

الحل:

تابع السؤال الثالث

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x - 4}{x+1} & : x \neq -1 \\ 1 - 2x & : x = -1 \end{cases} \quad \boxed{b} \text{ لتكن الدالة } f :$$

ابحث اتصال الدالة  $f$  عند  $x = -1$   
الحل:

ثانياً البنود الموضوعية :

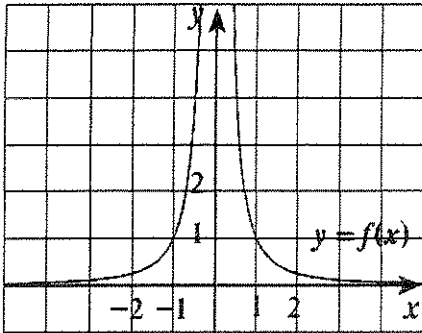
في البنود من ( 1 - 3 ) ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت خاطئة :

①  $\lim_{x \rightarrow -4^+} \frac{1}{(x+4)^7} = +\infty$

②  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x + \sin x}{x} = 5$

③ إذا كانت الدالة  $f$  متصلة عند  $x = -1$  وكان  $\lim_{x \rightarrow -1} (f(x) - 2) = -1$  فإن  $f(-1) = 1$

في البنود من ( 4 - 8 ) لكل بند اربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الاجابة دائرة الرمز الدالة علي الاجابة الصحيحة :



④ إذا كان الشكل المقابل يمثل بيان الدالة  $f$  ، فإن نوع الانفصال للدالة  $f$  عند  $x = 0$  هو

- (a) انفصال يمكن التخلص منه
- (b) انفصال نتيجة قفزة
- (c) انفصال لا نهائي
- (d) ليس أي مما سبق

⑤ قيمة  $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x+8}{\sqrt[3]{x}+2}$  تساوي:

- (a) 12
- (b) -12
- (c) 4
- (d) 4

⑥ إذا كانت :  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^3 + bx^2 + 4}{3x^2 - 2x + 1} = -2$  فإن قيم  $a, b$  هي:

- (a)  $a = 0, b = 2$
- (b)  $a = 0, b = -6$
- (c)  $a = 0, b = 6$
- (d)  $a = 0, b = -2$



٧ إذا كانت الدالة  $g$  :  $g(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & : x \leq 0 \\ 1 - 2x & : x > 0 \end{cases}$  فإن  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$  هي :

- (a) -3                      (b) 1                      (c) 0                      (d) غير موجودة

٨ لتكن الدالة  $f : f(x) = \sqrt{x}$  ، الدالة  $g : g(x) = x^4 + 2$  فإن  $(g \circ f)(x)$  تساوي

- (a)  $\sqrt{x^2 + 2}$                       (b)  $\sqrt{x} + 2$                       (c)  $x^2 + 2$                       (d)  $\sqrt{x + 2}$

انتهت الاسئلة

رقم البند	الإجابة	
1	(a)	(b)
2	(a)	(b)
3	(a)	(b)

رقم البند	الإجابة			
4	(a)	(b)	(c)	(d)
5	(a)	(b)	(c)	(d)
6	(a)	(b)	(c)	(d)
7	(a)	(b)	(c)	(d)
8	(a)	(b)	(c)	(d)

8

مع أطيب التمنيات بالنجاح ،،،

دولة الكويت

وزارة التربية

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م  
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 11 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

( a ) أوجد :

10

( 5 درجات )

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3+x)^3 - 27}{x}$$

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

تابع السؤال الأول :

( 5 درجات )

( b ) أوجد قيمة  $a, b$  بحيث تكون الدالة  $f$  متصلة على مجالها حيث :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & : x < 1 \\ 3x + a & : x > 1 \\ b & : x = 1 \end{cases}$$

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

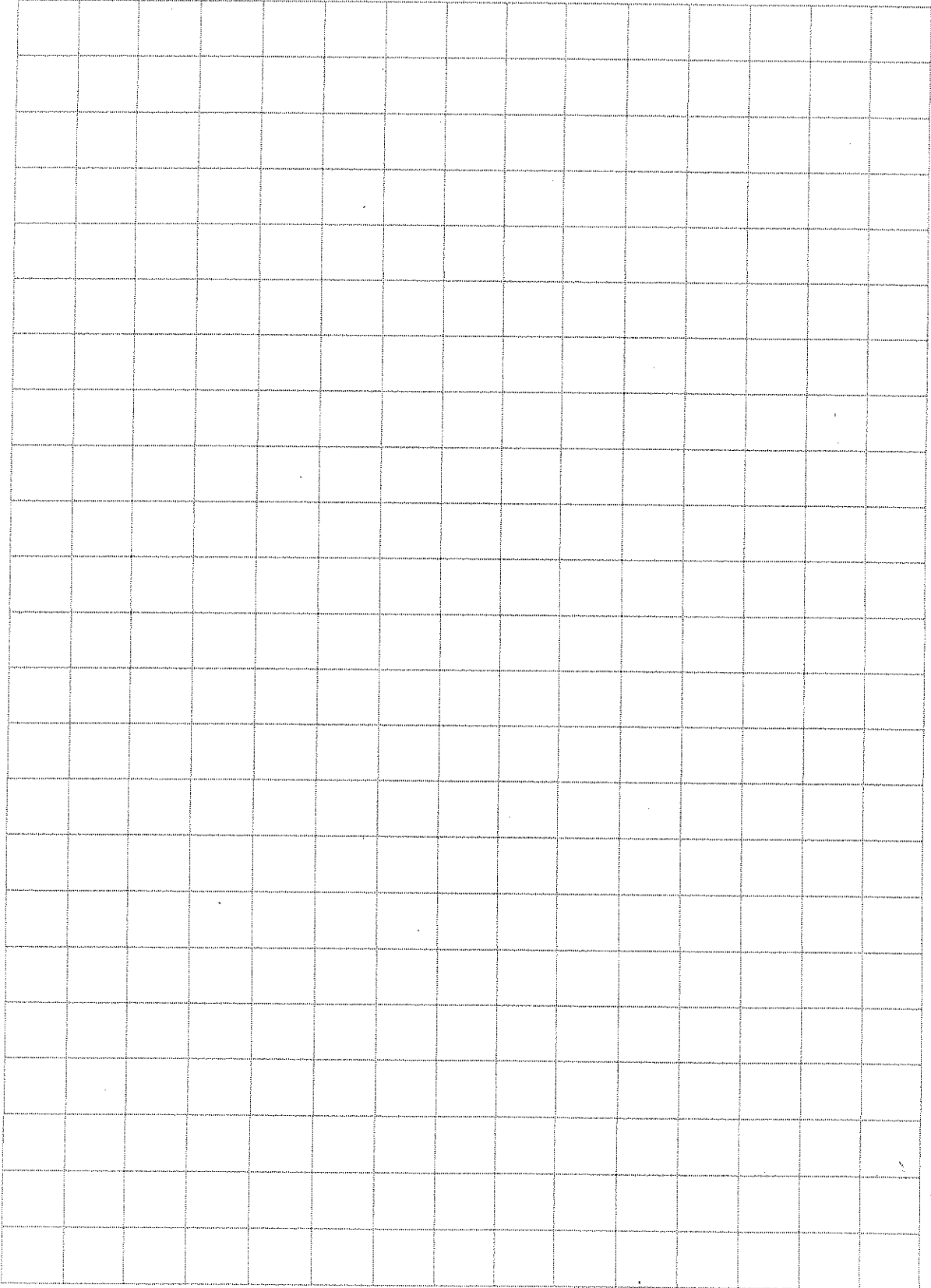
السؤال الثاني

10

( a ) ادرس تغير الدالة  $f : f(x) = x^3 - 3x$  وارسم بيانها

(7 درجات)

ورقة الرسم البياني



إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

تابع السؤال الثاني :

( b ) يعتقد مدير شركة دراسات إحصائية أن متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينته معينه يساوي 290 ديناراً كويتياً ، فإذا أخذت عينه عشوائيه مكونه من 10 منازل فتبين أن متوسطها الحسابي  $\bar{x} = 283$  وانحرافها المعياري  $S=32$  فهل يمكن الإعتماد على هذه العينه لتأكيد ما إفترضه المدير  
إستخدم مستوى ثقته 95% ( علماً بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي )  
(3 درجات)

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

السؤال الثالث :

10

( a ) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة  $f(x) = \frac{5x-7}{x^2-2}$  :

( 5 درجات )

عند النقطة  $A(1, 2)$

تابع السؤال الثالث :

( b ) تعطي الدالة  $V(h) = 2\pi (-h^3 + 36h)$  حجم أسطوانة بدلالة إرتفاعها  $h$

أوجد الإرتفاع  $h(cm)$  للحصول على أكبر حجم للأسطوانة

( 5 درجات )

ثم أوجد هذا الحجم .



إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

السؤال الرابع

10

$$g(x) = \begin{cases} (x-2)^2 & , \quad x \leq 1 \\ 3x-2 & , \quad x > 1 \end{cases} : g \text{ لتكن الدالة } (a)$$

(5 درجات)

أوجد إن أمكن  $g'(1)$  .

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

تابع السؤال الرابع :

( 5 درجات )

( b ) أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x}$$

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2014/ 2015 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

القسم الثاني ( الأسئلة الموضوعية ) :

أولاً : في البنود (1-3) ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{(3-x)^9} = -\infty \quad (1)$$

$$(2) \quad \text{إذا كانت } f(x) = \sin 2x \text{ فإن } f'(x) = 2 \cos 2x$$

$$(3) \quad \text{إذا كانت } f \text{ دالة متصله عند } x=c \text{ فإن الدالة } g(x) = \sqrt{f(x)} \text{ متصله عند } x=c$$

ثانياً : في البنود (4-10) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم  
ظلل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{\sqrt{4x^2 - x + 3}} = \quad (4)$$

(a) -1

(b)  $\frac{-1}{2}$

(c)  $\frac{1}{2}$

(d) 1

$$(5) \quad \text{لتكن الدالتين } f(x) = x^2 + 3 \text{ , } g(x) = 5x + 1$$

فإن  $(g \circ f)(x)$  تساوي:

(a)  $5x^2 + 16$

(b)  $25x^2 + 10x + 4$

(c)  $10x$

(d)  $50x + 10$

(6) الدالة التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة  $[-2, 3]$  هي  $f(x) =$

(a)  $\sqrt[3]{x}$  (b)  $\tan x$

(c)  $\sqrt{9 - x^2}$  (d)  $\frac{1}{x}$

(7) إذا كانت  $f(x) = (1 + 6x)^{\frac{2}{3}}$  فإن  $f''(x)$  يساوي

(a)  $-8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$  (b)  $-64(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(c)  $-8(1 + 6x)^{\frac{4}{3}}$  (d)  $-64(1 + 6x)^{\frac{4}{3}}$

(8) إذا كانت :  $x^2 - 3y^2 + 2xy = 0$  فإن  $\frac{dy}{dx} =$

(a)  $\frac{y-x}{3y-x}$  (b)  $\frac{y+x}{3y-x}$

(c)  $\frac{x-y}{3y-x}$  (d)  $\frac{y-x}{3y+x}$

(9) إذا كانت  $f$  دالة كثيرة حدود ،  $(c, f(c))$  نقطة إنعطاف لها فإن :

(a)  $f''(c)=0$  (b)  $f'(c) = 0$

(c)  $f(c) = 0$  (d) غير موجودة  $f''(c)$

(10) القيمة الحرجة  $Z_{\frac{\alpha}{2}}$  المناظرة لمستوى ثقة 96.6% هي :

(a) 2.21 (b) 2.17

(c) 21.2 (d) 2.12

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها .

10

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x^3 - 4x + 5}}{x - 2}$$

السؤال الأول : أوجد نهاية ما يلي :

(a)

الحل

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x - 2) = -1 - 2 = -3 \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 - 4x + 5) = (-1)^3 - 4(-1) + 5 = 8$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt[3]{x^3 - 4x + 5} = \sqrt[3]{\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 - 4x + 5)} = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x^3 - 4x + 5}}{x - 2} = \frac{\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt[3]{x^3 - 4x + 5}}{\lim_{x \rightarrow -1} (x - 2)} = \frac{2}{-3} = -\frac{2}{3}$$

5

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 3x + 2) = 0$$

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} = \frac{(x-2)(x-1)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x-1}{x+2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-1}{x+2}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (x-1)}{\lim_{x \rightarrow 2} (x+2)} = \frac{2-1}{2+2} = \frac{1}{4}$$

5

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x+2) \quad (1)$$

السؤال الثاني

10

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$$

أوجد نهاية ما يلي :

(a)

$$f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}} = \frac{x(1-\frac{2}{x})}{\sqrt{x^2(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})}}$$

$$\sqrt{x^2} = |x| = x \quad ; \quad x \rightarrow \infty$$

$$= \frac{x(1-\frac{2}{x})}{x\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}} = \frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x^2}$$

$$= 1 + 0 - 0 = 1 > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\left(1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}\right)} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}\right)} = \sqrt{1} = 1 \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} = 1 - 0 = 1$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{1} = 1$$

6

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos 2x}$$

(b)

$$\therefore \cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\frac{x^2}{1 - \cos 2x} = \frac{x^2}{1 - (1 - 2 \sin^2 x)} = \frac{x^2}{2 \sin^2 x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2} \left(\frac{x}{\sin x}\right)^2$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2} x \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x}\right)^2 = \frac{1}{2} x (1)^2 = \frac{1}{2}$$

4

السؤال الثالث :

12

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-3}{|x-3|} & : x \neq 3 \\ 1 & : x = 3 \end{cases}$$

(a) ابحث إتصال الدالة f عند  $x=3$  حيث

$$f(x) = \begin{cases} 1 & : x > 3 \\ -1 & : x < 3 \\ 1 & : x = 3 \end{cases}$$

$$f(3) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} 1 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} -1 = -1$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \text{غير موجودة}$$

$\therefore f$  غير متصلة عند  $x=3$

6

(b) لتكن  $f : f(x) = \sqrt{4-x^2}$  ادرس إتصال الدالة f على  $[-2, 2]$

$$4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow -x^2 \geq -4$$

$$x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$$

$$[-2, 2] = \text{ مجال } f$$

$$g(x) = 4 - x^2$$

①  $g$  متصلة على  $[-2, 2]$  لأنها كثيرة حدود

$$g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-2, 2] \quad \text{②}$$

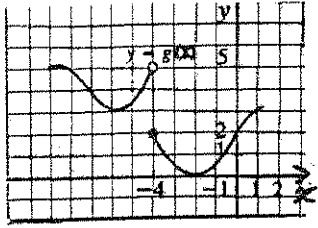
$\therefore f$  متصلة على  $[-2, 2]$

6

(3)

القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولا : في البنود من ( 1-3 ) عبارات ظلل في جدول الإجابة ( a ) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل ( b ) إذا كانت العبارة خطأ.



1 في الشكل المقابل :  $\lim_{x \rightarrow -4} g(x) = 2$

2  $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{1}{(x-5)^7} = -\infty$

3 إذا كانت الدالة f متصلة عند  $x = -1$  وكان  $\lim_{x \rightarrow -1} (f(x) - 2) = -1$  فإن  $f(-1) = 1$

ثانيا : في البنود من ( 4 - 8 ) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلل في جدول الإجابة دائرة الرمز الذي يمثل الإجابة الصحيحة .

4  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^3 + 9x^2 + 9x}{x+3}$  يساوي :

- (a) -9      (b) 9      (c) 0      (d) -3

5 إذا كان :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 2x - 5}{ax^3 + bx^2 + 3} = -1$  فإن قيم a , b هي :

- (a)  $a = -2$  ,  $b = 0$       (b)  $a = 2$  ,  $b = 0$   
(c)  $a = 0$  ,  $b = 2$       (d)  $a = 0$  ,  $b = -2$

6  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin x}$  تساوي :

- (a) 0      (b) -2      (c) 2      (d)  $\infty$



7 لتكن الدالة  $f : x \neq 0, f(x) = x^2 + 3$  ، والدالة  $g : g(x) = \frac{x}{x-3}$

فإن  $(g \circ f)(x)$  يساوي :

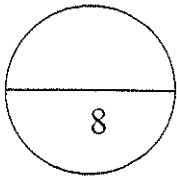
(a)  $\frac{x^2+3}{x^2}$  (b)  $\frac{x^2}{x^2-3}$  (c)  $\frac{x^2}{x^2+3}$  (d)  $\frac{4x^2-18x+27}{x^2-3}$

8 الدالة  $f : f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$  متصلة على :

(a)  $(-\infty, \frac{1}{2})$  (b)  $(-5, 5)$  (c)  $\mathbb{R}$  (d)  $(5, \infty)$

ظلل الحرف الدال على الإجابة الصحيحة لكل سؤال

الرقم	الجواب			
1	(a)	<del>(b)</del>	(c)	(d)
2	<del>(a)</del>	(b)	(c)	(d)
3	<del>(a)</del>	(b)	(c)	(d)
4	(a)	<del>(b)</del>	(c)	(d)
5	(a)	(b)	(c)	<del>(d)</del>
6	(a)	(b)	<del>(c)</del>	(d)
7	<del>(a)</del>	(b)	(c)	(d)
8	(a)	(b)	(c)	<del>(d)</del>



المادة : الرياضيات

اختبار الفترة الدراسية الأولى

وزارة التربية

الزمن : ساعة ونصف

العام الدراسي : ٢٠١٤ - ٢٠١٥ م

منطقة مبارك الكبير التعليمية

الصف : [ الثاني عشر علمي ]

التوجيه الفني للرياضيات



أولاً : أسئلة المقال

السؤال الأول:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{\sqrt{3x^2 - 2}}{x - 2} \right)$$

(أ) أوجد

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x - 2) = 3 - 2 = 1 \neq 0$$

الإجابة :

$$\lim_{x \rightarrow 3} (3x^2 - 2) = 3(3)^2 - 2 = 25 > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{3x^2 - 2} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow 3} (3x^2 - 2)} = \sqrt{25} = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{\sqrt{3x^2 - 2}}{x - 2} \right) = \frac{\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{3x^2 - 2}}{\lim_{x \rightarrow 3} (x - 2)} = \frac{5}{1} = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{5x + \sin 3x}{2x} \right)$$

(ب) أوجد

$$\frac{5x + \sin 3x}{2x} = \frac{5x}{2x} + \frac{\sin 3x}{2x} = \frac{5}{2} + \frac{\sin 3x}{2x}$$

الإجابة :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{5x + \sin 3x}{2x} \right) &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{5}{2} + \frac{\sin 3x}{2x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5}{2} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x} \\ &= \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 4 \end{aligned}$$

السؤال الثاني:

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & : x \leq -1 \\ \frac{4}{x+3} & : x > -1 \end{cases}$$

(أ) أدرس اتصال الدالة  $f$  على مجالها حيث

الإجابة

$$Df = (-\infty, -1] \cup (-1, \infty) = \mathbb{R}$$

نفرض أنه

$$g(x) = x+3$$

$g$  دالة كثيرة حدود متصلة على  $\mathbb{R}$

$$\therefore f(x) = g(x) \quad \forall x \in (-\infty, -1]$$

∴  $f$  متصلة على  $(-\infty, -1]$  (1)

نفرض أنه

$$h(x) = \frac{4}{x+3}$$

$h$  دالة حدودية نسبية متصلة

على  $\mathbb{R} - \{-3\}$

$$\therefore f(x) = h(x) \quad \forall x \in (-1, \infty)$$

∴  $f$  متصلة على  $(-1, \infty)$  (2)

ندرس اتصال الدالة  $f$  عند  $x = -1$  من جهة اليمين

$$f(-1) = -1+3 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{4}{x+3} = \frac{4}{-1+3} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} (x+3) = -1+3 = 2 \neq 0$$

$$\therefore f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$$

(3) ————— الدالة  $f$  متصلة عند  $x = -1$  من جهة اليمين

من (1) و (2) و (3) نجد أن الدالة  $f$  متصلة على مجالها



وزارة



تابع السؤال الثاني:

(ب) لتكن الدالة  $f : f(x) = \sqrt{9 - x^2}$

أدرس اتصال الدالة  $f$  على  $[-3, 3]$

الإجابة

نفرض أنه  $g(x) = 9 - x^2$

$$D_f = \{x : g(x) \geq 0\}$$

$$9 - x^2 \geq 0$$

$$9 - x^2 = 0$$

$$(3 - x)(3 + x) = 0$$

$$x = 3 \quad x = -3$$



مجال الدالة  $f$  هو  $[-3, 3]$

ندرس اتصال الدالة  $f$  على  $[-3, 3]$

$$g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-3, 3] \quad \text{--- (1)}$$

$$g(x) \text{ متصلة على } [-3, 3] \quad \text{--- (2)}$$

منه (1) و (2) يتبع أن الدالة  $f$  متصلة على  $[-3, 3]$

السؤال الثالث:

$$f(x) = \begin{cases} 2x & : x \leq 3 \\ \frac{x^2 - 9}{x - 3} & : x > 3 \end{cases}$$

(أ) إذا كانت الدالة  $f$  حيث

أوجد إن أمكن  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

الإجابة

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (2x) = 2(3) = 6$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3^+} (x+3) = 3+3 = 6 \end{aligned}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 6$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 - x}}{x+1} = \frac{\sqrt{x^2(4 - \frac{1}{x})}}{x(1 + \frac{1}{x})}$$

عندما  $x > 0$  يكون  $|x| = x$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{\sqrt{4x^2 - x}}{x+1} \right)$$

الإجابة

$$= \frac{|x| \sqrt{4 - \frac{1}{x}}}{x(1 + \frac{1}{x})} = \frac{x \sqrt{4 - \frac{1}{x}}}{x(1 + \frac{1}{x})} = \frac{\sqrt{4 - \frac{1}{x}}}{1 + \frac{1}{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 1 + 0 = 1 \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 4 - \frac{1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 4 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 4 - 0 = 4 > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4 - \frac{1}{x}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 4 - \frac{1}{x} \right)} = \sqrt{4} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4 - \frac{1}{x}}}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4 - \frac{1}{x}}}{\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{x} \right)} = \frac{2}{1} = 2$$



وزارة

تابع اختبار الفترة الدراسية الأولى للصف (الثاني عشر علمي) العام الدراسي (٢٠١٤-٢٠١٥ م)

ثانياً: الموضوعي

أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) إذا كان  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$  فإن  $f(2) = 3$

(2) إذا كان  $f(x) = ax^2 + b$  متصلة عند  $x = 0$  وكان  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 4$  فإن  $b = 4$

(3)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{\tan(3x) - x}{5x} = \frac{-2}{5}$

ثانياً: في البنود من (4) إلى (8) لكل بند أربعة إجابات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة  
الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{|x-1|} =$

- (a) 1                      (b) -1                      (c)  $\infty$                       (d)  $-\infty$

(5) بفرض أن  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 0$  ،  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -3$  فإن  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{8g(x) + f(x)}{|f(x)|} \right) =$

- (a) 1                      (b) -1                      (c) 8                      (d) -8

(6)  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^3 - 8}{x - 2} \right) =$

- (a) 0                      (b) 4                      (c) 12                      (d) غير معينة



(7) إذا كانت الدالة  $f$  متصلة عند  $x = 2$  فإن  $f(x)$  يمكن أن تكون :

(a)  $\frac{1}{|x - 2|}$

(b)  $\sqrt{x - 2}$

(c)  $\frac{x - 2}{|x - 2|}$

(d)  $\begin{cases} \sqrt{x^2 - 3} & : x > 2 \\ 3x - 5 & : x \leq 2 \end{cases}$

(8) الدالة  $g$  : متصلة على  $g(x) = \begin{cases} 3x & : x \leq 1 \\ \frac{x^2 - 1}{x - 1} & : x > 1 \end{cases}$

(a)  $(-\infty, 1], (1, \infty)$

(b)  $(-\infty, 1), [1, \infty)$

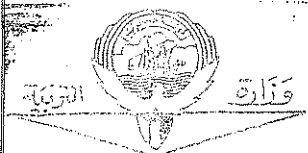
(c)  $(-\infty, \infty)$

(d)  $(-\infty, 3)$

انتهت الأسئلة مع التمنيات بالنجاح و التوفيق

ورقة إجابة الموضوعي

السؤال	الاختيارات			
(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)



أولاً : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية مع توضيح خطوات الحل

السؤال الأول :

(أ) أوجد:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}$$

عند بقومنا اعباشر  $x$  ب  $1$  نحصل على صفره غير معينه

$$\therefore \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} = \frac{(\sqrt[3]{x}-1)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)}{(\sqrt[3]{x}-1)}$$

$$= \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1 \quad , \quad x \neq 1$$

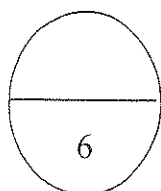
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt[3]{x^2} + \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt[3]{x} + \lim_{x \rightarrow 1} 1$$

$$= \sqrt[3]{\lim_{x \rightarrow 1} x^2} + \sqrt[3]{\lim_{x \rightarrow 1} x} + \lim_{x \rightarrow 1} 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} = 1 + 1 + 1 \\ = 3 \end{array} \right.$$

تراجعى لجلسول لآخرى





السؤال الأول:

(ب) أوجد:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$$

$$f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}} = \frac{x(1-\frac{2}{x})}{\sqrt{x^2(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})}}$$

$$= \frac{x(1-\frac{2}{x})}{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$

$$\because x > 0 \Rightarrow |x| = x$$

$$= \frac{x(1-\frac{2}{x})}{x\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}} = \frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x^2}$$

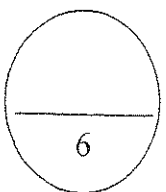
$$= 1+0-0 = 1, \quad 1 > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} (1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})} = \sqrt{1} = 1, \quad 1 \neq 0$$

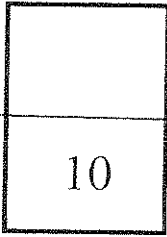
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} (1-\frac{2}{x})}{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$

$$= \frac{1}{1} = 1$$

توابعي حلول لاخرى



السؤال الثاني :



(أ) أوجد:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x \tan x - 2x \cos x}{3x}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\cos x}{3} \cdot \frac{\tan x}{x} - \frac{2x \cos x}{3x} \right)$$

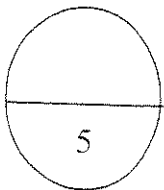
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{3} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{3} \cos x$$

$$= \frac{1}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \cos x \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} - \frac{2}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \cos x$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \times 1 \times 1 - \frac{2}{3} \times 1$$

$$\frac{1}{2} = -\frac{1}{3}$$

تراجعى لجلول الأخرى



السؤال الثاني :

(ب) أبحث اتصال الدالة  $f$  عند  $x = -1$  حيث

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x+1|}{x+1} - 2x & : x \neq -1 \\ 2 & : x = -1 \end{cases}$$

$$1 \quad \frac{|x+1|}{x+1} = \begin{cases} \frac{x+1}{x+1} & : x > -1 \\ -\frac{(x+1)}{x+1} & : x < -1 \end{cases}$$

$$1 \quad f(x) = \begin{cases} 1 - 2x & : x > -1 \\ -1 - 2x & : x < -1 \\ 2 & : x = -1 \end{cases}$$

$$1 \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (1 - 2x) = 3$$

$$1 \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (-1 - 2x) = 1$$

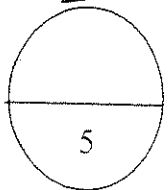
$$\therefore \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$$

$\frac{1}{2}$

للمسألة موجودة  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  ∴

$\frac{1}{2}$

الدالة  $f$  ليست متصلة عند  $x = -1$



تراعى الخطة الأخرى

السؤال الثالث

10  
1/2

(أ) لتكن  $f$  :  $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$

أدرس اتصال الدالة  $f$  على  $[1, 3]$

$f(x) = \sqrt{g(x)}$  ،  $g(x) = -x^2 + 4x - 3$

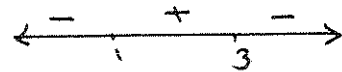
$D_f = \{ x : g(x) \geq 0 \}$

1/2  $-x^2 + 4x - 3 \geq 0$

$-x^2 + 4x - 3 = 0$  المعادله بنظره

$(-x+3)(x-1) = 0$

1/2  $x = 3$  ،  $x = 1$



1 مجال الدالة  $f$  هو  $[1, 3]$

لدراسة اتصال لدالة  $f$  على  $[1, 3]$  حيث  $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$

1 (1)  $g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [1, 3]$

1 (2) الدالة  $g : g(x) = -x^2 + 4x - 3$  متصلة على  $[1, 3]$

من (1) و (2)

1/2  $\therefore$  الدالة  $f$  متصلة على  $[1, 3]$

5

السؤال الثالث

(ب) أوجد

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2+7}-4}{x-3}$$

عند التعويض، بما شرعنا  $x$  بـ 3 في كل من البسط والمقام، نحصل على صيغة غير معيَّنة

$$1 \quad \frac{\sqrt{x^2+7}-4}{x-3} = \frac{\sqrt{x^2+7}-4}{x-3} \times \frac{\sqrt{x^2+7}+4}{\sqrt{x^2+7}+4}$$

$$= \frac{x^2+7-16}{(x-3)(\sqrt{x^2+7}+4)} = \frac{x^2-9}{(x-3)(\sqrt{x^2+7}+4)}$$

$$1 \quad = \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)(\sqrt{x^2+7}+4)}$$

$$= \frac{x+3}{\sqrt{x^2+7}+4}, \quad x \neq 3$$

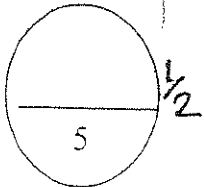
$$1 \quad \lim_{x \rightarrow 3} (x^2+7) = 9+7 = 16, \quad 16 > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x^2+7} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow 3} (x^2+7)} = \sqrt{16} = 4$$

$$1 \quad \therefore \lim_{x \rightarrow 3} (\sqrt{x^2+7}+4) = \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x^2+7} + \lim_{x \rightarrow 3} 4 = 8, \quad 8 \neq 0$$

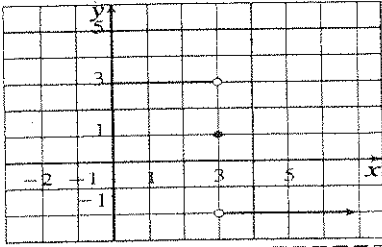
$$\frac{1}{2} \quad \therefore \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+3}{\sqrt{x^2+7}+4} = \frac{\lim_{x \rightarrow 3} (x+3)}{\lim_{x \rightarrow 3} (\sqrt{x^2+7}+4)}$$

$$= \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$



ثانياً : أسئلة الموضوعي

أولاً : في البنود من ( 3-1 ) عبارات ظل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، (b) إذا كانت العبارة خاطئة



(1) في الرسم البياني المقابل فإن  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 1$

(2)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 - 2x + 1) = \infty$

(3) الدالة  $f$  :  $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$  متصلة على  $(-\infty, 2)$  فقط .

في البنود ( 8-4 ) لكل بند أربعة اختيارات واحدة فقط صحيحة ظل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة

(4) إذا كان :  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{mx^3 + nx^2 + 4}{3x^2 - 2x + 1} = -1$

فإن قيم  $m, n$  هي :

(a)  $m = 0, n = 3$

(b)  $m = 1, n = 3$

(c)  $m = n = -3$

(d)  $m = 0, n = -3$

(5) إذا كانت  $g$  متصلة عند  $x = 1$  وكانت النقطة  $(1, -3)$  تقع على منحنى الدالة  $g$

فإن  $\lim_{x \rightarrow 1} (g(x))^2$  تساوي

(a) -6

(b) -3

(c) 9

(d) 1

(6)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{2x} =$

(a) 0

(b) 1

(c) -1

(d)  $\frac{1}{2}$

(7) إذا كانت  $f$  دالة متصلة على  $[-5, 3]$  فإن

(a)  $\lim_{x \rightarrow -5^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$

(b)  $\lim_{x \rightarrow -5^+} f(x) = f(-5)$

(c)  $\lim_{x \rightarrow -5^+} f(x) = f(3)$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = f(-5)$

(8) إذا كانت  $g$  دالة متصلة عند  $x = 4$  فإن الدالة المتصلة عند  $x = 4$  فيما يلي هي

$f(x)$  تساوي

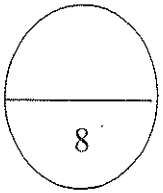
(a)  $\sqrt{g(x)}$

(b)  $\frac{1}{g(x)}$

(c)  $\frac{g(x)}{x-4}$

(d)  $|g(x)|$

السؤال	الإجابة			
(1)	a	<del>b</del>	c	d
(2)	<del>a</del>	b	c	d
(3)	a	<del>b</del>	c	d
(4)	a	b	c	<del>d</del>
(5)	a	b	<del>c</del>	d
(6)	<del>a</del>	b	c	d
(7)	a	<del>b</del>	c	d
(8)	a	b	c	<del>d</del>



مع تمنياتنا لكم بالتوفيق



أجب عن الأسئلة التالية :

السؤال الأول :

( a ) أوجد إن أمكن

10

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 7} - 4}{x^2 - 4x + 3}$$

الحل :

0.5

1

0.5

0.5

0.5

0.5

0.5

0.5+0.5  
المجموع  
5 درجات

$$\frac{\sqrt{x^2 + 7} - 4}{x^2 - 4x + 3} \times \frac{\sqrt{x^2 + 7} + 4}{\sqrt{x^2 + 7} + 4} = \frac{x^2 + 7 - 16}{(x^2 - 4x + 3)(\sqrt{x^2 + 7} + 4)}$$

$$\frac{x^2 - 9}{(x^2 - 4x + 3)(\sqrt{x^2 + 7} + 4)} = \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x - 1)(x - 3)(\sqrt{x^2 + 7} + 4)}$$

$$= \frac{(x + 3)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 + 7} + 4)}, \quad x \neq 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 7) = 16 > 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x^2 + 7} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 7)} = \sqrt{16} = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x - 1)(\sqrt{x^2 + 7} + 4) = \lim_{x \rightarrow 3} (x - 1) \cdot \lim_{x \rightarrow 3} (\sqrt{x^2 + 7} + 4)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} (x - 1) \cdot \left( \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x^2 + 7} + \lim_{x \rightarrow 3} 4 \right) = 2 \cdot (4 + 4) = 16 \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 7} - 4}{x^2 - 4x + 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x + 3)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 + 7} + 4)}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow 3} (x + 3)}{\lim_{x \rightarrow 3} (x - 1)(\sqrt{x^2 + 7} + 4)} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

(b) أوجد

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x + 1}$$

الحل :

$$f(x) = \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x + 1} = \frac{\sqrt{x^2(2 - \frac{1}{x})}}{x(1 + \frac{1}{x})} = \frac{|x| \sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{x(1 + \frac{1}{x})}$$

عندما  $x > 0$  يكون  $|x| = x$

$$= \frac{x \sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{x(1 + \frac{1}{x})} = \frac{\sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{(1 + \frac{1}{x})}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 1 + 0 = 1, 1 \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{2}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 2 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} = 2 - 0 = 2 > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{2 - \frac{1}{x}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{1}{x}\right)} = \sqrt{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{(1 + \frac{1}{x})} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$$

0.5+0.5

0.5

0.5

0.5

0.5+0.5

0.5

0.5+0.5

المجموع  
5 درجات

10

السؤال الثاني :  
(a) أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} = \frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} \cdot \frac{1 + \cos 2x}{1 + \cos 2x} \\ &= \frac{1 - \cos^2 2x}{(\sin 2x)(1 + \cos 2x)} = \frac{\sin^2 2x}{(\sin 2x)(1 + \cos 2x)} \\ &= \frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} &= \frac{\lim_{x \rightarrow 0} \sin 2x}{\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos 2x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} \sin 2x}{\lim_{x \rightarrow 0} 1 + \lim_{x \rightarrow 0} \cos 2x} \\ &= \frac{0}{1+1} = 0 \end{aligned}$$

1

0.5+0.5

0.5

0.5+0.5+0.5

0.5+0.5

المجموع  
5 درجات

الحل :

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{1-x^2} & : x > -2 \\ 5 & : x \leq -2 \end{cases}$$

(b) إذا كانت الدالة f حيث

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$$

أوجد إن أمكن :

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} (5) = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \sqrt[3]{1-x^2}$$

$$= \sqrt[3]{\lim_{x \rightarrow -2^+} (1-x^2)} = \sqrt[3]{1-4} = \sqrt[3]{-3}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -2} f(x) \text{ غير موجوده}$$

الحل :

0.5+0.5

0.5+0.5

0.5+0.5+0.5

0.5+0.5

0.5

المجموع  
5 درجات

12

السؤال الثالث :

(أ) إبحث إتصال الداله f عند  $x=0$  حيث :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & : x \leq 0 \\ \frac{x^2}{x+1} & : x > 0 \end{cases}$$

$$f(0) = 0 + 0 = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x^2 + x) = 0 + 0 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{x^2}{x+1} \right) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 \dots\dots\dots(2)$$

من (1) ، (2) f متصلة عند  $x=0$

1
0.5+0.5+0.5
0.5+0.5+0.5
0.5
0.5
المجموع 6 درجات 1

الحل :

(ب) إذا كانت الداله  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 15}$  :

إبحث إتصال الداله على الفترة  $[-2, 3]$

الحل

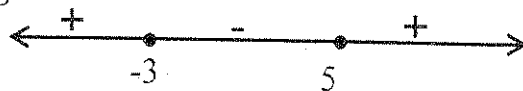
نفرض أن  $f(x) = \sqrt{g(x)}$  ،  $g(x) = x^2 - 2x - 15$

$$D_f = \{x : g(x) \geq 0\}$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 15 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0 \text{ المعادله المناظره}$$

$$\Rightarrow (x - 5)(x + 3) = 0$$

$$\Rightarrow x = 5, x = -3$$



∴ مجال الداله f هو  $\mathbb{R} - (-3, 5)$

لدراسة إتصال الداله f على  $[-2, 3]$  حيث  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 15}$

$$g(x) < 0, \forall x \in [-2, 3]$$

الداله f غير متصلة على  $[-2, 3]$

1
0.5
0.5+
0.5+0.5
0.5
0.5
1
1

## جدول الإجابة

( 1 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 2 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 3 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 4 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 5 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 6 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 7 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 8 )	(a)	(b)	(c)	(d)

## القسم الأول ( أسئلة المقال )

أجب عن الأسئلة التالية :

السؤال الأول :

12 درجة

أوجد  $(\alpha)$ 

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{|x+2| - 7}{x^2 - 25}$$

6 درجات

بالتعويض المباشر بـ  $x=5$  في كل من البسط والمقام  
نحصل على صيغة غير معينة  $(x-5)$  عامل مشترك  
مشترك بين كل من البسط والمقام

عندما  $x > -2$  يكون  $|x+2| = x+2$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x+2) - 7}{(x-5)(x+5)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)}{(x-5)(x+5)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x+5)} \quad : \quad x \neq 5$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow 5} 1}{\lim_{x \rightarrow 5} (x+5)}$$

$$= \frac{1}{10}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} (x+5)$$

$$= 5 + 5$$

$$= 10$$

$$\neq 10 \neq 0$$

6  
درجات

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & : x < 1 \\ -x + 2 & : x \geq 1 \end{cases} \quad \text{لتكن } f \quad (b)$$

إدرس اتصال الدالة  $f$  على مجالها

مجال الدالة  $f$  هو  $(-\infty, 1) \cup [1, \infty) = \mathbb{R}$

بفرض  $g(x) = 2x - 1$

$g$  دالة كثيرة حدود متصلة على  $\mathbb{R}$

$$\therefore f(x) = g(x) \quad \forall x \in (-\infty, 1)$$

$\therefore f$  دالة متصلة على  $(-\infty, 1) \leftarrow (1)$

بفرض  $h(x) = -x + 2$

$h$  دالة كثيرة حدود متصلة على  $\mathbb{R}$

$$\therefore f(x) = h(x) \quad \forall x \in [1, \infty)$$

$\therefore f$  دالة متصلة على  $[1, \infty) \leftarrow (2)$

ندرس اتصال الدالة  $f$  عند  $x = 1$  من جهة اليمين

$$f(1) = -1 + 2 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x - 1) = 2(1) - 1 = 1$$

$$= f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

$\therefore f$  متصلة عند  $x = 1$  من جهة اليسار  $\leftarrow (3)$

من (1) و (2) و (3)

$\therefore$  الدالة  $f$  متصلة على  $\mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$$

(a) أوجد

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1} \times \frac{\cos x + 1}{\cos x + 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x (\cos x + 1)}{\cos^2 x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x \sin x}{\sin^2 x} \cdot (\cos x + 1)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{-x}{\sin x} \cdot (\cos x + 1) \right)$$

$$= - \left( \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + 1) \right)$$

$$= - \left( \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \right) \cdot \left( \lim_{x \rightarrow 0} \cos x + \lim_{x \rightarrow 0} 1 \right)$$

$$= - (1) \cdot (1 + 1)$$

$$= -2$$



5

درجات

$$g(x) = \sqrt{x+4} \quad , \quad f(x) = 2x^2 - 3 \quad \text{لتكن (b)}$$

ابحث اتصال الدالة  $g \circ f$  عند  $x = -2$

$f$  دالة كثيرة حدود متصلة في  $x \in \mathbb{R}$

$\frac{1}{2}$

(1)  $\leftarrow$   $f$  متصلة في  $x = -2$

$$f(-2) = 2(-2)^2 - 3$$

(2)  $\leftarrow$   $f(-2) = 5$

$$h(x) = x + 4 \quad \text{بفرضنا}$$

$h$  متصلة في  $x = 5$  أي  $x = f(-2)$

$\frac{1}{2}$

$$h(5) = 9 \quad , \quad 9 > 0$$

$\frac{1}{2}$

$g$  متصلة في  $x = 5$

$\frac{1}{2}$

أي  $g$  متصلة في  $x = f(-2)$

$\frac{1}{2}$

(3)  $\leftarrow$

من (1) ، (2) ، (3)

الدالة  $g \circ f$  متصلة في  $x = -2$

$\frac{1}{2}$

10 درجات

السؤال الثالث :

5 درجات

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3}{\sqrt{4x^2 - x}}$$

(a) أوجد

$$f(x) = \frac{x(2 - \frac{3}{x})}{\sqrt{x^2(4 - \frac{1}{x})}}$$

$$f(x) = \frac{x(2 - \frac{3}{x})}{x \sqrt{4 - \frac{1}{x}}}$$

عندما  $x > 0$   
 $\sim$  يكون  
 $|x| = x$

$$f(x) = \frac{(2 - \frac{3}{x})}{\sqrt{4 - \frac{1}{x}}} \quad \because x \neq 0$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} (4 - \frac{1}{x}) &= \lim_{x \rightarrow \infty} 4 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \\ &= 4 - 0 = 4, 4 > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4 - \frac{1}{x}} &= \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} (4 - \frac{1}{x})} = \sqrt{4} \\ &= 2, 2 \neq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) &= \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} 2 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x}}{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4 - \frac{1}{x}}} = \frac{2 - 0}{2} = \frac{2}{2} \\ &= 1 \end{aligned}$$

5

درجات

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-3}{|x-3|} & : x \neq 3 \\ 1 & : x = 3 \end{cases} \quad f \text{ لتكن (b)}$$

ابحث اتصال  $f$  عند  $x=3$

$$|x-3| = \begin{cases} x-3 & : x > 3 \\ -x+3 & : x < 3 \end{cases}$$

$$\frac{x-3}{|x-3|} = \begin{cases} \frac{x-3}{x-3} & : x > 3 \\ \frac{-x+3}{x-3} & : x < 3 \end{cases}$$

$$\therefore f(x) = \begin{cases} 1 & : x > 3 \\ -1 & : x < 3 \\ 1 & : x = 3 \end{cases}$$

$$f(3) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} 1 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (-1) = -1$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 3} f(x) \text{ غير موجوده}$$

$$\therefore \text{الدالة } f \text{ ليس لها اتصال عند } x=3$$

1/2

1

1/2

1

1

1/2

1/2

القسم الثاني : البنود الموضوعية :

- أولاً : في البنود من [1-3] ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة غير صحيحة

(1) الدالة  $f$  :  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$  ليست متصلة عند  $x = 2$

(2)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 3x^3) = -\infty$

(3) إذا كانت  $f(x) = 4 - \sqrt{x}$  ،  $g(x) = \sqrt{x}$  فإن  $\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) + g(x)) = 4$

ثانياً : في البنود [4-8] لكل بند أربع اختيارات واحدة منها فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة دائرة الحرف الدال على الإجابة الصحيحة لكل منها .

(4)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \left( \frac{3}{x-2} \right)^5$

- (a) 0                      (b) 2                      (c)  $\infty$                       (d)  $-\infty$

(5) لتكن الدالة  $f$  :  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-3}}$  ، الدالة  $g$  :  $g(x) = x^2 + 3$  فإن الدالة

$(f \circ g)(x)$  تساوي

- (a)  $\frac{x^2}{x-3} + 3$                       (b)  $\frac{x}{\sqrt{x-3}} + 3$                       (c)  $\frac{-(x^2+3)}{x}$                       (d)  $\frac{x^2+3}{|x|}$

(6) إذا كانت الدالة  $f$  متصلة عند  $x = 1$  فإن  $f(x)$  يمكن ان تكون

- (a)  $\frac{x}{x-1}$                       (b)  $\sqrt{x^2 - 1}$   
(c)  $|x^2 - 1|$                       (d)  $\begin{cases} |x^2 - 1| & : x \geq 1 \\ 2x - 1 & : x < 1 \end{cases}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - x^2}{x^3 - 2x} = \quad (7)$$

(a) 0

(b)  $-\frac{3}{2}$

(d) 3

(c) -1

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & : x > 1 \\ 3x & : x \leq 1 \end{cases} \quad \text{الدالة } g \text{ (8)}$$

متصلة على

(a)  $(-\infty, 1]$

(b)  $[1, \infty)$

(c)  $(-\infty, \infty)$

(d)  $(-\infty, 3]$

انتهت الأسئلة مع أطيب التمنيات

### إجابة البنود الموضوعية

1	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
2	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
3	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
4	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>
5	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>
6	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> d
7	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
8	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d

الدرجة

8



نموذج إجابة اختبار الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي ٢٠١٤/٢٠١٥م

(تراعى الحلول الأخرى في جميع الأسئلة)

10

السؤال الأول:

(a) أوجد إن أمكن:  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x^2 + 11} - 6}{x - 5}$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 11} - 6}{x - 5} = \frac{\sqrt{x^2 + 11} - 6}{x - 5} \times \frac{\sqrt{x^2 + 11} + 6}{\sqrt{x^2 + 11} + 6} \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{x^2 + 11 - 36}{(x - 5)(\sqrt{x^2 + 11} + 6)} = \frac{x^2 - 25}{(x - 5)(\sqrt{x^2 + 11} + 6)} \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{(x - 5)(x + 5)}{(x - 5)(\sqrt{x^2 + 11} + 6)} = \frac{(x + 5)}{\sqrt{x^2 + 11} + 6} \quad \left(\frac{1}{2}\right) : x \neq 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} (x^2 + 11) = 25 + 11 = 36, \quad 36 > 0 \quad \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x^2 + 11} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow 5} (x^2 + 11)} = \sqrt{36} = 6 \quad \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} (\sqrt{x^2 + 11} + 6) = \lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x^2 + 11} + \lim_{x \rightarrow 5} (6) = 6 + 6 = 12, \quad 12 \neq 0 \quad \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = \frac{\lim_{x \rightarrow 5} (x + 5)}{\lim_{x \rightarrow 5} (\sqrt{x^2 + 11} + 6)} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6} \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

تابع السؤال الأول:

(b) أوجد إن أمكن:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1} \times \frac{\cos x + 1}{\cos x + 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x \sin x) (\cos x + 1)}{\cos^2 x - 1} \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x \sin x) (\cos x + 1)}{-\sin^2 x} \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x}{\sin x} \right) \cdot (-1) \cdot (\cos x + 1) \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \left( \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \right) \cdot (-1) \cdot \left( \lim_{x \rightarrow 0} \cos x + \lim_{x \rightarrow 0} (1) \right) \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= (1) \cdot (-1) \cdot (1 + 1)$$

$$\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= -2$$



السؤال الثاني:

12

(a) أوجد إن أمكن:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2-2x+4}}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2-2x+4}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1-\frac{2}{x})}{|x|\sqrt{1-\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2}}}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1-\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2}}}$

عند  $x \rightarrow \infty$  فإن  $|x|=x$   $\left(\frac{1}{2}\right)$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1-\frac{2}{x})}{|x|\sqrt{1-\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cancel{x}(1-\frac{2}{x})}{\cancel{x}\sqrt{1-\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2}}}$

$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1-\frac{2}{x})}{\sqrt{1-\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2}}}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2}) = \lim_{x \rightarrow \infty} (1) - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x^2}$

$= 1 - 0 + 0 = 1 > 0$

$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2})} = \sqrt{1} = 1 \neq 0$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1-\frac{2}{x})}{\sqrt{1-\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2}}} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} (1-\frac{2}{x})}{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1-\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2}}}$

$= \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} (1) - \lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{2}{x})}{1} = \frac{1-0}{1} = 1$

تابع السؤال الثاني:

(b) لتكن  $f$  دالة:  $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$  ، أوجد  $D_f$  (مجال الدالة  $f$ )

ثم أدرس اتصال  $f$  على الفترة  $[6, 10]$

نفرض أن:

$$f(x) = \sqrt{g(x)} \quad , \quad g(x) = x^2 - 7x + 10 \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$D_f = \{x : g(x) \geq 0\} \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$x^2 - 7x + 10 \geq 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0 \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$(x-2)(x-5) = 0 \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\longrightarrow x = 2, \quad x = 5 \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$(-\infty, 2] \cup [5, \infty) = R - (2, 5) \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\because g(x) \geq 0 \quad \forall x \in R - (2, 5)$$

$$\because [6, 10] \subset R - (2, 5) \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\because g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [6, 10] \longrightarrow (1) \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

الدالة  $g : g(x) = x^2 - 7x + 10$  دالة متصلة على  $[6, 10]$  (2)  $\left(\frac{1}{2}\right)$

من (1) ، (2):

$\therefore f$  متصلة على  $[6, 10]$   $\left(\frac{1}{2}\right)$

السؤال الثالث:

10

(a) ابحث في اتصال الدالة  $f$  عند  $x = 1$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} & : x > 1 \\ 2(3x-2)^5 & : x \leq 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(\cancel{\sqrt{x}-1})(\sqrt{x}+1)}{\cancel{\sqrt{x}-1}} & : x > 1 \\ 2(3x-2)^5 & : x \leq 1 \end{cases} \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \begin{cases} \sqrt{x}+1 & : x > 1 \\ 2(3x-2)^5 & : x \leq 1 \end{cases} \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$f(1) = 2(3-2)^5 = 2 \times 1 = 2 \longrightarrow (1) \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (\sqrt{x}+1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x} + \lim_{x \rightarrow 1^+} (1) = 1 + 1 = 2 \quad \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} [2(3x-2)^5] = 2 \left[ \lim_{x \rightarrow 1^-} (3x-2) \right]^5 \\ &= 2(3-2)^5 = 2 \times 1 = 2 \quad \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right) \end{aligned}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2 \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2 \longrightarrow (2) \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

من (1) ، (2)

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \left(\frac{1}{2}\right) \longrightarrow x = 1 \text{ متصلة عند } f \therefore \left(\frac{1}{2}\right)$$

تابع السؤال الثالث:

(b) لتكن  $g$  دالة:  $g(x) = |x| + x^2 + 9$  ، ولتكن  $f$  دالة حيث:  $f(x) = \sqrt{x}$   
 ابحث اتصال الدالة  $(f \circ g)$  عند  $x = -1$

$\frac{1}{2}$   $g$  : مجموع دالتين كل منهما متصلة عند كل:  $x \in R$

$\frac{1}{2}$   $g$  : دالة متصلة عند كل:  $x \in R$

$\frac{1}{2}$   $g$  : دالة متصلة عند  $x = -1$   $\longleftarrow$  (1)

①  $g(-1) = |-1| + (-1)^2 + 9 = 11 > 0$

$\frac{1}{2}$   $f$  دالة متصلة عند كل:  $x \in R^+$

$\frac{1}{2}$   $f$  : دالة متصلة عند  $x = 11$

$f$  : دالة متصلة عند  $x = f(-1)$   $\longleftarrow$  (2)

من (1) ، (2):

①  $(f \circ g)$  متصلة عند  $x = -1$

الأسئلة الموضوعية:

أولاً: في البنود (3 - 1) ظلل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (2x + |x| + 3) = 4 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{-3}{x-2} \right)^5 = -\infty \quad (2)$$

(3) إذا كانت  $f$  ليست معرفة عند  $x = c$  فإن  $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$  غير موجودة

ثانياً: في البنود (4 - 8) لكل بند أربعة اختيارات واحدة فقط صحيحة ، ظلل الرمز الدال على الاختيار الصحيح:

$$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x+8}{\sqrt[3]{x}+2} = \quad (4)$$

- (a) 0                      (b) 4                      (c) -12                      (d) 12

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5-6x}{3x^2+2x+4} = \quad (5)$$

- (a) 0                      (b) 3                      (c) -2                      (d) 2

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3}{|x+1|} = \quad (6)$$

- (a)  $\frac{3}{2}$                       (b) 3                      (c)  $\infty$                       (d)  $-\infty$

(7) إذا كانت  $f$  دالة متصلة عند  $x = 2$  فإن الدالة المتصلة عند  $x = 2$  يمكن أن تساوي:

- (a)  $\frac{x+2}{f(x)}$                       (b)  $\sqrt{f(x)}$                       (c)  $\frac{f(x)}{x-2}$                       (d)  $\sqrt[3]{f(x)}$

(8) إذا كانت  $f$  دالة متصلة على الفترة  $[-3, 5]$  فإن:

- (a)  $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^-} f(x)$                       (b)  $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = f(-3)$   
 (c)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$                       (d)  $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = f(5)$



زمن الامتحان: 90 دقيقة  
(الأسئلة في 9 صفحات)  
الدرجة الكلية: 40

وزارة التربية  
الإدارة العامة لمنطقة الجهاد التعليمية  
التوجيه الفني للرياضيات

امتحان الرياضيات للصف الثاني عشر العلمي  
للفترة الدراسية الأولى للعام الدراسي 2014 / 2015 م

القسم الأول: أسئلة المقال أجب عن الأسئلة التالية (موضحاً خطوات الحل في كل منها)

12

حوز ج الإجابة

(المقام أينما وجد لا يساوي صفر)

السؤال الأول:

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{|x+2|}{x^2+3x+2}$$

a) أوجد إن أمكن:

الحل:

عند التعويض ب  $x = -2$  في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة.

$$\frac{|x+2|}{x^2+3x+2} = \begin{cases} \frac{x+2}{x^2+3x+2} & : x > -2 \\ \frac{-(x+2)}{x^2+3x+2} & : x < -2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{|x+2|}{x^2+3x+2} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x+2}{x^2+3x+2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x+2}{(x+2)(x+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{3} \quad : 2+1=3, 3 \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{|x+2|}{x^2+3x+2} = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{-(x+2)}{(x+2)(x+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{-1}{x+1} = \frac{-1}{3} \quad : 2+1=3, 3 \neq 0$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -2} \frac{|x+2|}{x^2+3x+2} \neq \lim_{x \rightarrow -2} \frac{|x+2|}{x^2+3x+2}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -2} \frac{|x+2|}{x^2+3x+2} \text{ غير موجودة}$$

تابع السؤال الأول :

كوزج الرياضيات

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x^2 - x}$$

الحل :

$$1 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x^2 - x} \times \frac{\sqrt{x^2 + 3} + 2}{\sqrt{x^2 + 3} + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3 - 4}{(x^2 - x)(\sqrt{x^2 + 3} + 2)}$$

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x(x - 1)(\sqrt{x^2 + 3} + 2)}$$

$$\frac{1}{2} \quad = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x(x - 1)(\sqrt{x^2 + 3} + 2)}$$

$$\frac{1}{2} \quad = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 1}{x(\sqrt{x^2 + 3} + 2)}$$

$$\frac{1}{2} \quad \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3) = 1^2 + 3 = 4, 4 > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x(\sqrt{x^2 + 3} + 2)) = \left( \lim_{x \rightarrow 1} x \right) \left( \sqrt{\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3)} + \lim_{x \rightarrow 1} 2 \right)$$

$$\frac{1}{2} \quad = 1(2 + 2) = 4, 4 \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 1}{x(\sqrt{x^2 + 3} + 2)}$$

$$\frac{1}{2} \quad = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)}{\lim_{x \rightarrow 1} (x(\sqrt{x^2 + 3} + 2))}$$

$$\frac{1}{2} \quad = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



تابع السؤال الأول

[b] لتكن الدالة  $f: \sqrt{x+3}$  أوجد  $D_f$  (مجال الدالة  $f$ )  
ثم ادرس اتصال الدالة  $f$  على  $[0, 5]$

حزوز ج. الربيع

الحل:

نفرض ان

$$f(x) = \sqrt{g(x)}, \quad g(x) = x + 3$$

$$\therefore D_f = \{x : g(x) \geq 0\}$$

$$x + 3 \geq 0$$

$$x + 3 = 0$$

المعادلة المناظرة

$$x = -3$$



$$-3$$

مجال الدالة  $f$  هو  $[-3, \infty)$

لدراسة اتصال الدالة  $f$  على  $[0, 5]$  حيث  $f(x) = \sqrt{x+3}$

$$g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-3, \infty)$$

$[0, 5]$  مجموعة جزئية من  $[-3, \infty)$

$$g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [0, 5] \quad \rightarrow (1)$$

$\therefore$  الدالة  $g: x+3$  متصلة على  $[0, 5]$   $\leftarrow (2)$

من (1) و (2)

$\therefore$  الدالة  $f$  متصلة على  $[0, 5]$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

10

كوزنج لرايايه

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 3}{\sqrt{4x^2 + 5x + 6}}$$

السؤال الثاني :  
 أوجد إن أمكن:

الحل:

$$f(x) = \frac{2x-3}{\sqrt{4x+5x+6}} = \frac{x(2-\frac{3}{x})}{\sqrt{x^2(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2})}}$$

$$= \frac{x(2-\frac{3}{x})}{|x|\sqrt{(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2})}}$$

عندما  $x > 0$  يكون  $|x| = x$

$$= \frac{x(2-\frac{3}{x})}{x\sqrt{(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2})}}$$

$$= \frac{(2-\frac{3}{x})}{\sqrt{(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2})}}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -\infty} (4 + \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (4) + \lim_{x \rightarrow -\infty} (\frac{5}{x}) + \lim_{x \rightarrow -\infty} (\frac{6}{x^2})$$

$$= 4 + 0 + 0 = 4, 4 > 0$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{(4 + \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2})} \right) = \sqrt{\lim_{x \rightarrow -\infty} (4 + \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2})} = \sqrt{4} = 2, 2 \neq 0$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 2 - \frac{3}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2) + \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{3}{x} \right) = 2 - 0 = 2$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2-\frac{3}{x})}{\sqrt{(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2})}}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow -\infty} (2-\frac{3}{x})}{\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2})}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{4}} = 1$$

مؤيد كروبي

تابع السؤال الثاني

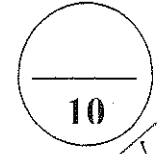
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{3x}$$

أوجد:  b

الحل:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} & \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x}{3} \cdot \frac{\sin x}{x} \right) \\ \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} & \quad = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x}{3} \right) \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x}{x} \right) \\ \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} & \quad = 0 \times 1 \\ \frac{1}{2} & \quad = 0 \end{aligned}$$

السؤال الثالث :



$$f(x) = \begin{cases} 5 & : x = 1 \\ ax + b & : 1 < x < 4 \\ b + 8 & : x = 4 \end{cases} \quad : f \text{ لتكن الدالة } [a]$$

متصلة على  $[1, 4]$  أوجد قيم الثابتين  $a, b$

الحل:

$f$  دالة متصلة على مجالها  $[1, 4]$  :

$f$  دالة متصلة عند  $x = 4$  من اليسار :

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = f(4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} (ax + b) = b + 8$$

$$4a + b = b + 8$$

$$4a = 8$$

$$\therefore a = 2$$

$f$  دالة متصلة عند  $x = 1$  من اليمين :

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (ax + b) = 5$$

$$a + b = 5$$

$$2 + b = 5$$

$$\therefore b = 3$$

تابع السؤال الثالث

كنز د. الربيع

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x - 4}{x + 1} : x \neq -1 \\ 1 - 2x : x = -1 \end{cases} \quad \text{b} \text{ لتكن الدالة } f :$$

ابحث اتصال الدالة  $f$  عند  $x = -1$

الحل:

1  $f(-1) = 1 - 2(-1) = 3 \rightarrow (1)$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x + 1}$$

1  $= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x - 4)(x + 1)}{x + 1}$

$\frac{1}{2}$   $= \lim_{x \rightarrow -1} (x - 4)$

$\frac{1}{2}$   $= -5 \rightarrow (2)$

من (1) و (2) نجد أن

1  $f(-1) \neq \lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

1  $\therefore$  الدالة  $f$  ليست متصلة عند  $x = -1$

كزنز

ثانياً البنود الموضوعية :

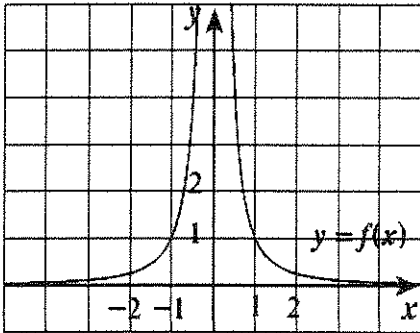
في البنود من ( 1 - 3 ) ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت خاطئة :

①  $\lim_{x \rightarrow -4^+} \frac{1}{(x+4)^7} = +\infty$

②  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x + \sin x}{x} = 5$

③ إذا كانت الدالة  $f$  متصلة عند  $x = -1$  وكان  $\lim_{x \rightarrow -1} (f(x) - 2) = -1$  فإن  $f(-1) = 1$

في البنود من ( 4 - 8 ) لكل بند اربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الاجابة دائرة الرمز الدالة علي الاجابة الصحيحة :



④ إذا كان الشكل المقابل يمثل بيان الدالة  $f$  ، فإن نوع الانفصال للدالة  $f$  عند  $x = 0$  هو

- (a) انفصال يمكن التخلص منه
- (b) انفصال نتيجة قفزة
- (c) انفصال لا نهائي
- (d) ليس أي مما سبق

⑤ قيمة  $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x+8}{\sqrt[3]{x}+2}$  تساوي:

- (a) 12
- (b) -12
- (c) 4
- (d) 4

⑥ إذا كانت :  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^3 + bx^2 + 4}{3x^2 - 2x + 1} = -2$  فإن قيم  $a, b$  هي:

- (a)  $a = 0, b = 2$
- (b)  $a = 0, b = -6$
- (c)  $a = 0, b = 6$
- (d)  $a = 0, b = -2$

خونز لرياضيات

⑦ إذا كانت الدالة  $g$  : فإن  $g(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & : x \leq 0 \\ 1 - 2x & : x > 0 \end{cases}$  فإن  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$  هي :

- (a) -3                      (b) 1                      (c) 0                      (d) غير موجودة

⑧ لتكن الدالة  $f(x) = \sqrt{x}$  ، الدالة  $g(x) = x^4 + 2$  فإن  $(g \circ f)(x)$  تساوي

- (a)  $\sqrt{x^2 + 2}$                       (b)  $\sqrt{x} + 2$                       (c)  $x^2 + 2$                       (d)  $\sqrt{x + 2}$

انتهت الاسئلة

رقم البند	الإجابة	
1	<input checked="" type="radio"/>	(b)
2	(a)	<input checked="" type="radio"/>
3	<input checked="" type="radio"/>	(b)

رقم البند	الإجابة			
4	(a)	(b)	<input checked="" type="radio"/>	(d)
5	<input checked="" type="radio"/>	(b)	(c)	(d)
6	(a)	<input checked="" type="radio"/>	(c)	(d)
7	(a)	(b)	(c)	<input checked="" type="radio"/>
8	(a)	(b)	<input checked="" type="radio"/>	(d)

8

مع أطيب التمنيات بالنجاح ،،،